

一般論文

# 一様な一方向圧縮荷重を受ける 両面段ボールシートの座屈強度解析 (同質の上下ライナーよりなる段ボールの場合)

松島 理\*・松島成夫\*\*

## Buckling Analysis for Single Wall Corrugated Fiberboard under Uniform Compression Load of Uniaxial Direction (On Fiberboard Made by Same Element to Upper and Lower Kraftliner)

Satoru MATSUSHIMA and Shigeo MATSUSHIMA

上下ライナーが同素材の両面段ボールに任意方向の一様圧縮荷重が働く際の座屈強度表示をオイラーの座屈式によって導出した。これらの導出法によって得られた表示は、両面段ボール板の長さ  $H$  の変形によって生じる非局部座屈によるもの、KL・中芯接合部に生じる局部座屈によるものの二つがある。

非局部座屈荷重  $p_{\phi 1}$  (単位幅当たり) は  $H$  の増加によって大きく減少し、局部座屈荷重  $p_{\phi 2}$  (単位幅当たり) は  $H$  に無関係な値を示す。 $p_{\phi 1}$  は流れ方向 (マシン方向) と荷重方向とのなす角  $\phi$  の増加によって大きく減少し、 $p_{\phi 2}$  は、 $\phi = \pi/2$  で  $p_{\phi 2} = \infty$  となるように、 $\phi$  の増加によって大きく増加する。 $p_{\phi 1}$  は中芯の段の高さ、ライナーの厚さ  $T_k$ 、流れ方向の縦弾性係数  $E_{kx}$  ( $\phi = 0$ ) の増加によって増加し、また、 $p_{\phi 2}$  は、 $T_k$ 、 $E_{kx}$  の増加によって増加し、中芯の段の波長の増加によって減少する。

キーワード：計算力学、構造解析、弾性曲げ、段ボールの強度、弾性応力解析、構造強度、数値解析

Formulations of the buckling strength for the plate of single wall corrugated fiberboard [SWCF : upper liner is same element to lower.] under the uniform compression load in the optional direction were induced by Euler's buckling formula. From those formulations formations were denoted by two type buckling as no partial buckling induced by SWCF length  $H$ , and partial buckling induced by the interval of joints for liner and semichemical corrugated medium (SCM).

Applied load  $p_{\phi 1}$  (per unit width) for no partial buckling decreases with the increase of  $H$  obviously, and applied load  $p_{\phi 2}$  (per unit width) for partial buckling is shown as independent of the  $H$  value. The  $p_{\phi 1}$  decreases with the increase in angle  $\phi$  between the machine direction and the loading direction, and  $p_{\phi 2}$  increases obviously with the increase of  $\phi$  as  $p_{\phi 2} = \infty$  at  $\phi = \pi/2$ . The  $p_{\phi 1}$  increases with the increase of flute height for SCM and thickness  $T_k$  and longitudinal elastic modulus  $E_{kx}$  (at  $\phi = 0$ ) in the machine direction for KL. The  $p_{\phi 2}$  increases with the increase of  $T_k$  and  $E_{kx}$ , and decreases wavelength for SCM.

Keywords : Computational mechanics, Structure analysis, Elastic bending, Strength of corrugated fiberboard, Elastic stress analysis, Structure strength, Numerical analysis.

\* 帝人製機(株) 松山工場 (〒791-8513 愛媛県松山市北吉田町77) : Matsuyama Factory, Teijin Seiki, Ltd.  
77 Kitayoshida-cho, Matsuyama-shi, Ehime, 791-8513  
\*\* 愛媛大学名誉教授 (〒790-5677 愛媛県松山市文京町3番) : Honorary Professor of Ehime University,  
3 Bunkyou-cho, Matsuyama-shi, Ehime, 790-5677

## 1. 緒言

軽くて、優れた力学的構造特性をもつ段ボールは、現在、盛んに、包装材、包装用箱材として用いられている。

段ボール箱の座屈強度に関する研究がおこなわれ<sup>1)~3)</sup>、段ボールシートの圧縮の研究については、横方向圧縮を受ける段ボールの曲げこわさを求めたものがある<sup>4)</sup>。段ボールの座屈強度を決める基準として、段ボールシートの垂直圧縮強さ試験がある<sup>5)</sup>。そして、一様圧縮を受ける円筒<sup>6)~8)</sup>、波板円筒<sup>9),10)</sup>の座屈変形は単純な流れ方向のみの座屈折れによるものではなく、段ボール箱においても幾つかの曲げ折れによって座屈が生じるとされ<sup>11),12)</sup>、また、U型紙製の曲げ座屈においても、形状によって特異な複数の座屈折れが生じることが示されている<sup>13)</sup>。したがって、段ボールシートの任意方向の座屈強度を明らかにすることは段ボール強度工学上意義ある。そして、一様圧縮荷重を受ける長方形段ボールシートの座屈を明らかにすることは、複雑な荷重、形状を議論するための基本となり、重要なことである。しかし、任意方向の圧縮下における段ボールシートの座屈強度に関する基礎的研究は見受けられない。

そこで、本研究では、素材の異方性および幾何学的構造を考慮し、一様圧縮荷重を受ける上下ライナー同素材の両面段ボールシートの任意方向の座屈強度表示を導出し、段ボールの構成を考慮した座屈強度の構成を議論することを試みた。

## 2. 解析方法

圧縮を受ける両面段ボールシートの変形状況は、圧縮方向によって異なるものと考えられる。そして、素材原紙の異方性ばかりでなく、素材の構成によっても、段ボールの圧縮変形は異なるばかりでなく、座屈の変形機構も異なるものと考えられる。

両面段ボールシート(高さ  $H$ 、幅  $L$ )の上下ライナー(同質、同形状)の形状は平板(厚さ  $T_k$ )であり、中芯(厚さ  $T_s$ 、段の波長  $L_0$ 、段の高さ  $h$ )の形状は流れ方向[フルートの流れ方向(マシン方向)]に沿って周期的に変る。そして、便宜上、中芯の形状を正弦波であるとした<sup>14),15)</sup>。そこで、両面段ボールの流れ方向、横方向および厚さ方向を  $x$ 、 $y$  および  $z$  方向に、そのシート下辺幅および中芯厚さの中央を原点にとる座標を考える [Fig. 1 ( $x, y$  軸) 参照]。本章では、議論を容易にするために、まず、曲げこわさと圧縮変形の状況を議論し、次に、圧縮方向を段ボールの横方向、流れ方向、任意の圧縮方向  $\psi$  (流れ方向と荷重方向とのなす角 Fig. 2 参照)の座屈強度を、順次、述べる。

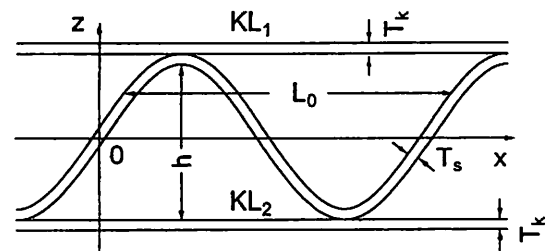


Fig. 1 SCM and KL for SWCF.

### 2.1 こわさと圧縮変形

一様圧縮荷重を受けるシートは、負荷が大きくなると、座屈直前、シートに曲りが生じ、

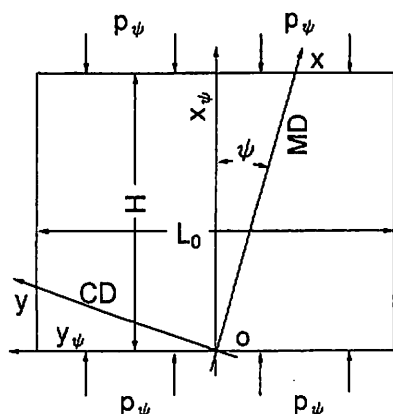


Fig. 2 Load direction  $\Psi$  and applied compression load.

その急激な曲りの進行により曲げ破壊が生じる。この破壊が板の座屈であると考えられる。

いま、流れ方向より角  $\psi$  方向の荷重（上下方向荷重：Fig. 2 参照）が段ボールシートに働く際、荷重方向の板長  $H$  の一端からの距離  $x_\psi$  にあるシートの厚さ中央の変位（たわみ）を  $z_\psi$  で示す。その荷重によって生じる位置  $x_\psi$ 、 $z_1$ （中立層から距離）の曲げのひずみ  $\epsilon_\psi$ 、応力  $\sigma_\psi$  は

$$\epsilon_\psi = \frac{z_\psi}{\rho_\psi} = \frac{\sigma_\psi}{E_\psi} \quad (1)$$

$$\sigma_\psi = \frac{M_\psi}{I_\psi} \quad (2)$$

で表される<sup>16)</sup>。 $\rho_\psi$  はたわみの曲率半径

$$\rho_\psi = - \frac{\left[ 1 + \left( \frac{dz_\psi}{dx_\psi} \right)^2 \right]^{3/2}}{\frac{d^2 z_\psi}{dx_\psi^2}} \quad (3)$$

で表される<sup>17)</sup>。応力成分に関する重ね合わせの原理により応力の関係は

$$\sigma_\psi = \frac{M_x}{I_x} z_1 \cos \psi + \frac{M_y}{I_y} z_1 \sin \psi \quad (4)$$

で表される<sup>18)</sup>。その  $I_\psi$ 、 $I_x$ 、 $I_y$  は各  $\psi$ 、 $x$ 、 $y$  方向曲げの断面 2 次モーメントである。

曲げモーメント  $M_\psi$  が働く際の曲率  $k_\psi$  は

$$k_\psi = \frac{1}{\rho_\psi} = \frac{M_\psi}{(EI)_\psi} \quad (5)$$

で表される<sup>17)</sup>ものと考えられる。その  $(EI)_\psi$  は  $\psi$  方向曲げの際の曲げこわさである。そして、そのたわみ方程式<sup>17)</sup> およびたわみ  $z_\psi$ <sup>19)</sup> は

$$\frac{dz_\psi}{dx_\psi} = - \frac{1}{\rho_\psi} \quad (6)$$

$$z_\psi = z_{\psi 0} \cos \left( \frac{\pi x_\psi}{H} \right) \quad (7)$$

で表されるものと考えられる。 $x_\psi$  は板底辺からの距離であり、 $z_{\psi 0}$  は最大たわみである。

変形の重ね合わせの原理により、曲率  $k_\psi$  は  $x$ 、 $y$  方向の成分  $k_x$ 、 $k_y$  の和によって

$$k_\psi = k_x \cos \psi + k_y \sin \psi = \frac{1}{\rho_\psi} = \frac{\cos \psi}{\rho_x} + \frac{\sin \psi}{\rho_y} \quad (8)$$

で表されるものと考えられる。 $\rho_x$ 、 $\rho_y$  は流れ、横方向の曲率半径である。すると、式 (8) および応力の重ね合わせの原理により、 $M_\psi$  と  $M_x$ 、 $M_y$  との関係

$$M_\psi = M_x \cos \psi + M_y \sin \psi \quad (9)$$

$$M_\psi = M_x / \cos \psi \quad M_\psi = M_y / \sin \psi \quad (10)$$

$$\frac{M_\psi}{(EI)_\psi} = \frac{M_x}{(EI)_x} \cos \psi + \frac{M_y}{(EI)_y} \sin \psi \quad (11)$$

が得られる。 $(EI)_x$ 、 $(EI)_y$  は  $x$ 、 $y$  方向曲げ時の曲げこわさである。式 (10)、(11) より、 $(EI)_\psi$  は

$$(EI)_\psi = \frac{(EI)_x (EI)_y}{(EI)_x \cos \psi + (EI)_y \sin \psi} \quad (12)$$

で表される。

## 2.2 横方向圧縮

横方向に一様圧縮荷重が働く際、 $xz$  面の

変形は、近似的に、平面ひずみであり、変形の状態は、位置  $y$  の変化に対し、一定であるものと考えられ、単純にオイラーの座屈式<sup>19)</sup>が適用できるものと考えられる。

上下支持段ボールシートの座屈（非局部座屈）の際、単位幅当たりの圧縮座屈荷重  $p_y$  は

$$p_y = \pi^2 (EI)_y / H^2 \quad (13)$$

で表される<sup>19)</sup>。(EI) $_y$  は、曲げ変形を受ける段ボールの曲げこわさであり、周知の式<sup>1),17)</sup>

$$(EI)_y = 2E_{ky}I_{ky} + E_{sx}I_{sy} \quad (14)$$

で表される。 $E_{ky}$ 、 $E_{sy}$  は KL、中芯の横方向の縦弾性係数であり、 $I_{ky}$ 、 $I_{sy}$  は、単位幅当たりのライナー、中芯の横方向の曲げの断面 2 次モーメントであり、厳密と思われる算定<sup>4)</sup>もあるが、簡便なものとして、近似的に、

$$I_{ky} = \frac{T_k^3}{12} + T_k \left( \frac{h + 2T_k + T_s}{2} \right)^2 \quad (15)$$

$$I_{sy} = 2 \int_{-L_0/4}^{L_0/4} \frac{T_s z_0^2}{L_0} ds \quad (16)$$

で表す<sup>21)</sup>。

### 2.3 縦方向圧縮

前報<sup>22)</sup>によると、流れ方向 (Fig. 2  $x$  方向) 圧縮の際、ライナーの応力は流れ方向に沿って一定な値を、中芯の応力は流れ方向に沿って周期的に特有な変化を示す。そして、中芯の応力値は KL の曲げ応力に比べ  $10^{-2}$  程度に、流れ方向荷重および曲げモーメントは  $10^{-4}$  程度に小さい。また、このようなことが引張り変形時においても生じる<sup>23)</sup>。このことにより、座屈時の曲げ強度は、近似的に、両端支持となった上下ライナーによって保たれていると考えられる。

流れ方向に一様圧縮荷重が働く際、外観上、形状一様な段ボール板として、曲げ座屈を議論すると、オイラーの座屈式<sup>19)</sup>により、単位幅当たりの非局部圧縮荷重  $p_{x1}$  は

$$p_{x1} = \pi^2 (EI)_{kx} / H_2 \quad (17)$$

$$(EI)_{kx} = E_x I_{kx}$$

で表される。その  $E_{kx}$  はライナーの流れ方向の縦弾性係数、 $I_x$  は単位幅当たりの断面 2 次モーメントで、近似的に、

$$I_{kx} = I_{ky} \quad (18)$$

で表される<sup>22)</sup>。

流れ方向に圧縮応力による局部座屈が生じる際、ライナー・中芯接合部間の座屈が生じるものと考えられる。そこで、その座屈開始の圧縮変形は、接合部のライナー・中芯接合のために、接合部（端部）は支持端のように自由な端とは異なり、近似的に、両端固定の座屈に近いものになるものとする。すると、この変形は、外観上、一様な圧縮による局部的曲げ破壊で表され、単位幅当たりの局部圧縮荷重  $p_{x2}$  は、両面ライナーに支えられた場合のオイラーの座屈式により、近似的に、

$$p_{x2} = 4\pi^2 (EI)_{kx2} / L_0^2 \quad (19)$$

$$(EI)_{kx2} = E_{kx} I_{kx2}$$

で表される。その  $I_{kx2}$  は単位幅当たりの断面 2 次モーメント

$$I_{kx2} = T_k^3 / 6 \quad (20)$$

である。

座屈は座屈破壊の容易な経路を通して生じ、 $p_{x1} \leq p_{x2}$  および  $p_{x1} > p_{x2}$  の際、流れ方向単位幅当たりの座屈荷重  $p_x$  は各

$$p_x = p_{x1} (p_{x1} \leq p_{x2}) \quad (21)$$

$$p_x = 2p_{x2} (p_{x1} > p_{x2}) \quad (22)$$

で表されるものと考えられる。

### 2.4 任意方向圧縮

流れ方向から  $\psi$  方向に一様圧縮荷重が働く際、上下支持段ボール板 [高さ  $H$  ( $\psi$  方向)、幅  $L$ ] の単位幅当たりの非局部座屈荷重  $p_{\psi 1}$  は、オイラーの座屈式によって

$$p_{\psi 1} = \pi^2 (EI)_{\psi} / H^2 \quad (23)$$

で表される<sup>19)</sup>。

前節の式 (19) のような局部座屈は、 $x$  方向の荷重成分によって生じ、 $y$  方向 (横方向) に沿った折り曲げによって生じるものと考えられる。そこで、この成分を考慮すると、単位幅当たりの局部座屈荷重  $p_{\psi 2}$  は

$$p_{\psi 2} = 4\pi^2 E_{kx2} I_{kx2} / (\cos \psi L_0)^2 \quad (24)$$

で表される。

そして、前節と同様に、 $p_{\psi 1} \leq p_{\psi 2}$  および  $p_{\psi 1} > p_{\psi 2}$  の際、流れ方向座屈荷重  $p_{\psi}$  は各

$$p_{\psi} = p_{\psi 1} (p_{\psi 1} \leq p_{\psi 2}) \quad (25)$$

$$p_{\psi} = 2p_{\psi 2} (p_{\psi 1} > p_{\psi 2}) \quad (26)$$

となる。

### 3. 解析結果および考察

本解析に用いた段ボールの形状は、一般に使われている両面段ボール<sup>24)</sup> に合わせ、 $T_k = 0.30$  mm および  $T_s = 0.24$  mm、 $L = 9.2$  mm および  $h = 4.6$  mm のものを規準とし、また、 $E_{sx}$  (中芯原紙の縦方向の縦弾性定数)、 $E_{sy}$  および  $E_{kx}$ <sup>25)</sup>、 $E_{ky}$ <sup>26)</sup> を基にして定めた前報の

処法<sup>23), 27)</sup> にならい、 $1.00 (= E_{sx})$ 、 $0.50 (= E_{sy})$  および  $2.64 (= E_{ky})$ 、 $1.00 [(= E_{ky}) \times 10^3 \text{N/mm}^2]$  のものを基準とした。

#### 3.1. $p_{\psi}$ と $\Psi$ との関係

$p_{\psi}$  は素材の形状、弾性係数によって顕著に変化するものと考えられ、それに伴い  $p_{\psi}$  は異方性が生じるものと考えられる。そこで、 $p_{\psi}$  と  $\psi$  との関係を議論する。

まず、 $H$  の変化による  $p_{\psi} - \psi$  関係の変化を明らかにするために、所定の  $H$  による  $p_{\psi} - \psi$  関係を求めた。それが Fig. 3 である。

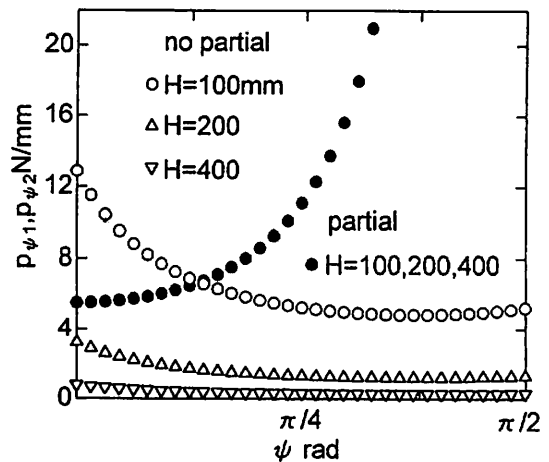


Fig. 3 Relationships between  $p_{\psi 1}$ ,  $p_{\psi 2}$  and  $\Psi$  for  $H$ .

次に、中芯、KL の形状、弾性係数による  $p_{\psi 1}$ 、 $p_{\psi 2} - \psi$  関係の変化を明らかにするために、形状、縦弾性係数による  $p_{\psi 1} - \psi$ 、 $p_{\psi 2} - \psi$  関係を求めた。その結果を Fig. 4、5 に示す。

Fig. 3 より、 $H$  の増加によって、 $p_{\psi 1}$  は大きく減少することが、一方、 $p_{\psi 2}$  は、変化せず、一定な  $p_{\psi 2} - \psi$  関係を示すことがわかる。また、 $H < 100$  mm では  $\psi < 5\pi/12$  で、 $H > 200$  mm では、常に、 $p_{\psi 2} < p_{\psi 1}$  の状態が生じる。Fig. 4、5 より、中芯、KL の、 $p_{\psi 1} - \psi$  および  $p_{\psi 2} - \psi$  関係は素材の形状および弾性

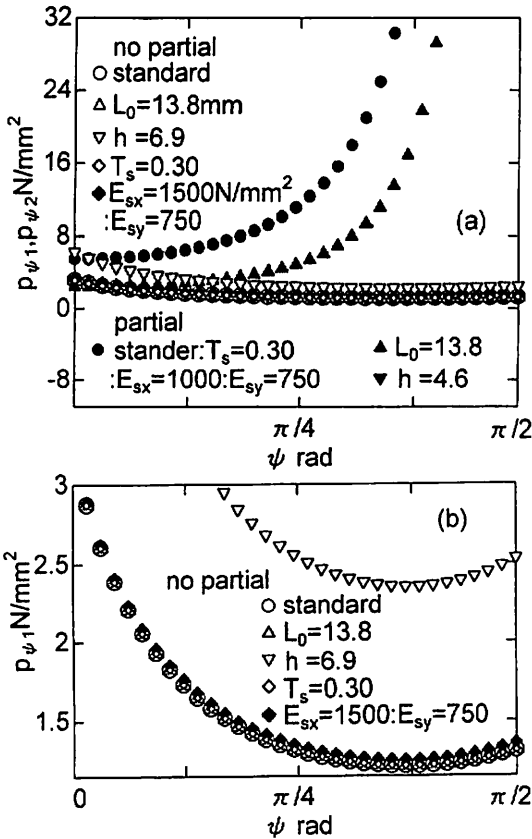


Fig. 4 Relationships between  $p_{\psi_1}$ ,  $p_{\psi_2}$  and  $\Psi$  for SCM.

係数によって変化することがわかる。特に、 $p_{\psi_1}$  および  $p_{\psi_2}$  は  $h$ 、 $T_k$  および  $E_{kx}$ 、 $E_{ky}$  の増加によって大きく増加する。また、Fig. 3~5 より、 $\psi$  の増加によって、 $p_{\psi_1}$  は始めは大きく減少するが、 $\psi=3\pi/4$  付近より僅か増加することが、 $p_{\psi_2}$  は、 $\psi$  の増加に伴い、大きく増加し、その増加率も増加することがわかる。そして、 $\psi=\pi/2$  で  $p_{\psi_2}=\psi$  となる。素材の形状および弾性係数が変化する際でも、 $p_{\psi_1}-\psi$  および  $p_{\psi_2}-\psi$  関係は、常に、各類似した変化を示す。

### 3.2. 中芯の $p_{\psi_1}$ , $p_{\psi_2}$ と形状、縦弾性係数

前節の Fig. 4 で、 $p_{\psi_1}-\psi$  および  $p_{\psi_2}-\psi$

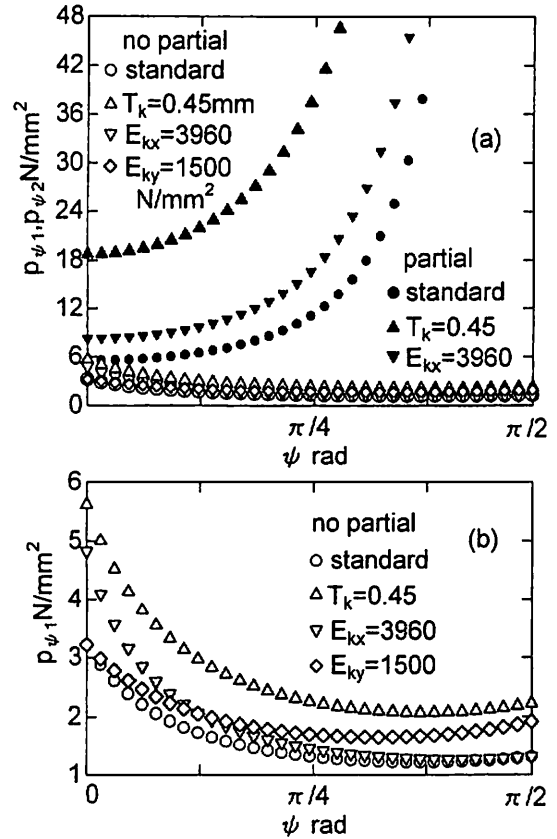


Fig. 5 Relationships between  $p_{\psi_1}$ ,  $p_{\psi_2}$  and  $\Psi$  for KL.

関係は、中芯の形状および弾性係数によらず、類似することを、 $p_{\psi_1}$ 、 $p_{\psi_2}$  の値は大きく変化することを見た。このことにより、中芯の  $p_{\psi_1}$ 、 $p_{\psi_2}$  と形状、縦弾性係数の関係をより詳細に議論する。

中芯の段ボール形状の影響を議論するために、まず、 $L_0$ 、 $h$  と  $p_{\psi_1}$ 、 $p_{\psi_2}$  との関係求めた。それが Fig. 6、7 である。Fig. 6 より、 $p_{\psi_1}$  は  $L_0$  に無関係な値を示すことが、 $L_0$  の増加によって  $p_{\psi_2}$  は  $L_0=3.5$  mm 付近に生じる  $p_{\psi_2}$  無限大値より急激に減少し、 $L_0$  の大きい域では、 $p_{\psi_2} < p_{\psi_1}$  となることがわかる。

$h$  の増加については、Fig. 7 の  $p_{\psi_1}$  は大きく増加し、その増加率も増加するが、 $p_{\psi_2}$  は、

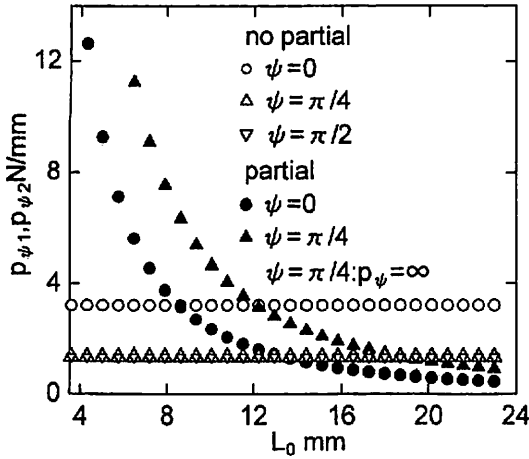


Fig. 6 Relationships between  $p_{\psi_1}$ ,  $p_{\psi_2}$  and  $L_0$ .

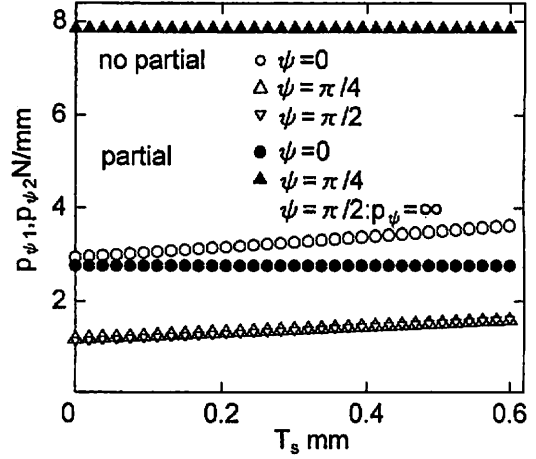


Fig. 8 Relationships between  $p_{\psi_1}$ ,  $p_{\psi_2}$  and  $T_s$ .

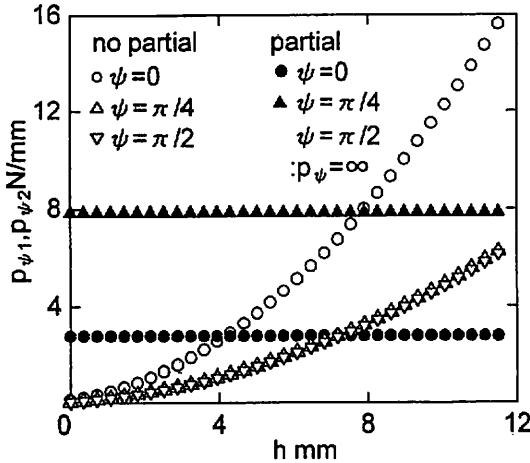


Fig. 7 Relationships between  $p_{\psi_1}$ ,  $p_{\psi_2}$  and  $h$ .

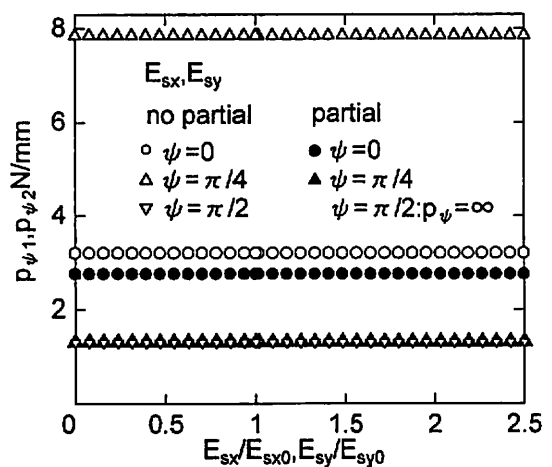


Fig. 9 Relationships between  $p_{\psi_1}$ ,  $p_{\psi_2}$ ,  $E_{sx}$  and  $E_{sy}$ .

$h$  の値によらず、一定な値を示す。そして、 $h$  の大きい域では、 $p_{\psi_2} < p_{\psi_1}$  の状態が現れる。

中芯素材の形状特性として、 $p_{\psi_1}$ 、 $p_{\psi_2}$  と  $T_s$  との関係を求めた。それが Fig. 8 である。Fig. 8 より、 $p_{\psi_1}$  は  $T_s$  の増加に比例して増加するが、 $p_{\psi_2}$  は一定な値を示すことがわかる。

中芯素材特性として、 $p_{\psi_1}$ 、 $p_{\psi_2}$  と  $E_{sx}$ 、 $E_{sy}$  との関係を求めた。それが Fig. 9 である。Fig. 9 より、 $p_{\psi_1}$ 、 $p_{\psi_2}$  は、 $E_{sx}$ 、 $E_{sy}$  の値によらず、一定な値を示すことがわかる。

### 3.3. KL の $p_{\psi_1}$ 、 $p_{\psi_2}$ と形状、縦弾性係数

次に、KL の  $p_{\psi_1}$ 、 $p_{\psi_2}$  の形状、縦弾性係数による特性を議論する。

KL 素材の形状特性として、 $p_{\psi_1}$ 、 $p_{\psi_2}$  と  $T_k$  との関係を求めた。それが Fig. 10 である。Fig. 10 より、 $T_k$  の増加によって、 $p_{\psi_1}$ 、 $p_{\psi_2}$  は、共に、大きく増加するが、 $p_{\psi_1}$  の増加率は  $T_k$  の増加によって減少し、 $p_{\psi_2}$  のものは大きく増加することがわかる。また、 $T_k$  の大きい域では、 $p_{\psi_2} > p_{\psi_1}$  の状態が生じる。

KL 素材特性として、 $p_{\psi_1}$ 、 $p_{\psi_2}$  と  $E_{kx}$ 、 $E_{ky}$

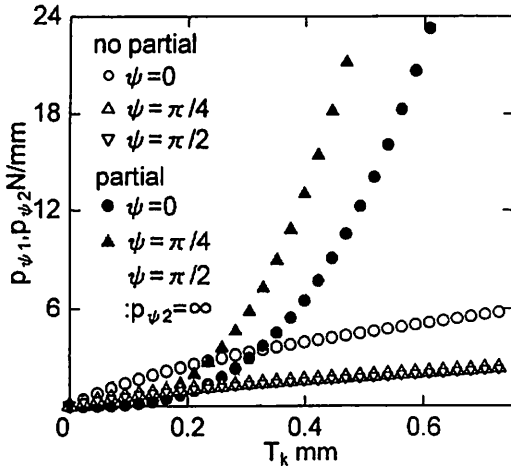


Fig. 10 Relationships between  $p_{\psi_1}$ ,  $p_{\psi_2}$  and  $T_k$ .

との関係を求めた。それが Fig. 11、12 である。 $E_{kx0}$ 、 $E_{ky0}$  は規準の  $E_{kx}$ 、 $E_{ky}$  を示す。Fig. 11 より、 $\psi=0$  の  $p_{\phi_1}$  は、 $E_{kx}$  の増加によって、正比例的に、大きく増加するが、 $\psi$  の増加によって、大きい  $E_{kx}$  の域では、 $E_{kx}$  による  $p_{\phi_1}$  値は減少の傾向を示し、 $\psi=\pi/2$  では、 $E_{kx}$  による  $p_{\phi_1}$  は一定化の傾向を示すことがわかる。 $\psi \neq \pi/2$  の域の  $p_{\phi_2}$  は、 $E_{kx}$  の増加によって、正比例的に増加する。

Fig. 12 より、 $\psi=0$  の域では、 $p_{\phi_1}$  は  $E_{ky}$  の値によらず一定な値を示し、 $\psi \neq 0$  の  $p_{\phi_1}$  は、

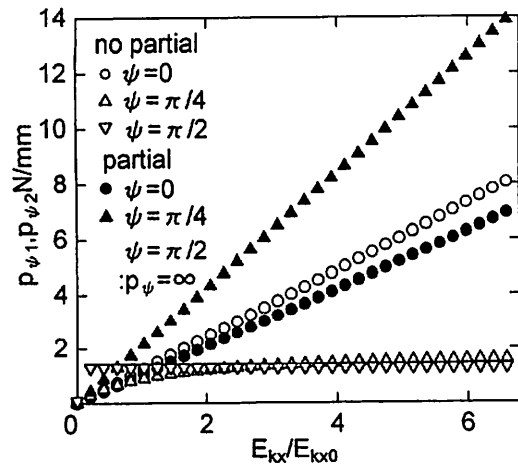


Fig. 11 Relationships between  $p_{\psi_1}$ ,  $p_{\psi_2}$  and  $E_{kx}$ .

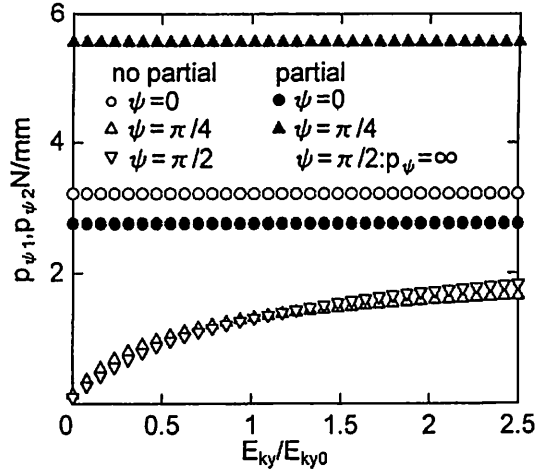


Fig. 12 Relationships between  $p_{\psi_1}$ ,  $p_{\psi_2}$  and  $E_{ky}$ .

$E_{ky}$  の増加によって、大きく増加し、 $p_{\phi_1}$  の増加率は減少することがわかる。 $p_{\phi_2}$  は、 $E_{ky}$  の値によらず、一定な値を示す。

以上のように、両面段ボールの一樣圧縮荷重下の座屈強度表示を導出し、その特性を議論した。本結果は、本表示によって、圧縮荷重を受ける両面段ボールの座屈強度の議論に役立つものと思われる。

#### 4. 結 言

フルートの流れ方向 (マシン方向) から角度  $\psi$  方向に圧縮荷重が働く際の両面段ボールシートの座屈強度表示を導出し、その表示によって、両面段ボールシートの座屈強度特性値を議論した。そして、その段ボールの形状は、一般に使われているものを基準とし、そのライナーの厚さ  $T_k$  を 0.30 mm に、中芯の厚さ  $T_s$  を 0.24 mm に、段の波長  $L_0$ 、段の高さを 9.2 mm、4.6 mm にした。中芯の  $x$ 、 $y$  方向の縦弾性係数  $E_{sx}$ 、 $E_{sy}$  および  $KL$  の  $x$ 、 $y$  方向の縦弾性係数  $E_{kx}$ 、 $E_{ky}$  は 1.00、0.50 ( $\times 10^3 \text{N/mm}^2$ ) および 2.64、1.00 ( $\times 10^3 \text{N/mm}^2$ )



のものを規準とした。

得られた主な結果については、以下の通りである。

(1) ライナー・中芯接合部間に生じる座屈荷重(局部座屈荷重)  $p_{\phi_2}$  の値は、シートの荷重方向の長さ  $H$  の変化によらず、一定である。そして、 $H < 100$  mm では  $\phi < 5\pi/12$  で、 $H > 200$  mm では、常に、 $p_{\phi_2} < p_{\phi_1}$  の状態が生じる。 $\phi$  の増加により、 $p_{\phi_1}$  は、最初、大きく減少し、 $\phi = 3\pi/8$  付近より緩やかに増加する。 $\phi$  の増加に伴い、 $p_{\phi_2}$  は大きく増加し、 $\phi = \pi/2$  で  $p_{\phi_2} = \infty$  となる。

(2)  $p_{\phi_1}$  は  $L_0$  に無関係な値を示し、 $L_0 (> 3.5$  mm) の増加に伴い  $p_{\phi_2}$  は無限大値より急激に減少し、 $L_0$  の大きい域では、 $p_{\phi_2} < p_{\phi_1}$  となる。

$h$  の増加に伴い、 $p_{\phi_1}$  の値は大きく増加し、 $p_{\phi_2}$  は  $h$  の値によらず一定である。そして、 $h$  の大きい域では、 $p_{\phi_2} < p_{\phi_1}$  となる。

(3)  $T_s$  の増加に伴い、 $p_{\phi_1}$  は比例的に増加し、 $p_{\phi_2}$  の値は一定である。

$T_k$  の増加によって、 $p_{\phi_1}$ 、 $p_{\phi_2}$  は、共に大きく増加するが、 $T_k$  の増加によって  $p_{\phi_1}$  の増加率は減少し、 $p_{\phi_2}$  のものは大きく増加する。また、 $T_k$  の大きい域では、 $p_{\phi_2} < p_{\phi_1}$  となる。

(4)  $p_{\phi_1}$ 、 $p_{\phi_2}$  の値は、 $E_{sx}$ 、 $E_{sy}$  の値によらず、一定である。

(5)  $\phi = 0$  の  $p_{\phi_1}$  は、 $E_{kx}$  の増加によって、正比例的に、大きく増加する。 $\phi > 0$  では、 $E_{kx}$  の増加により、 $p_{\phi_2}$  は増加する。 $\phi = \pi/2$  で、 $p_{\phi_2}$  の値は一定となる。 $\phi \neq 0$  では、 $p_{\phi_2}$  は  $E_{kx}$  の増加によって正比例的に増加する。

$E_{ky}$  の増加に伴い、 $p_{\phi_1}$  は大きく増加し、その  $p_{\phi_1}$  の増加率は減少する。 $p_{\phi_2}$  の値は

$E_{ky}$  の値によらず一定である。

以上のことより、一様圧縮荷重を受ける両面段ボール板の本座屈強度表示によって、任意方向の両面段ボールシートの座屈強度解析が可能となった。そして、本解析結果は、段ボール箱、段ボール組合せ材の座屈強度の議論に役立つものと考えられる。

#### <引用文献>

- 1) 松岡 宏、紙パ技協誌、15-125、504-509 (1961)
- 2) 川端洋一、日本包装学会誌、6(1)、19-23、24-29 (1997)
- 3) 川端洋一、日本包装学会誌、7(2)、63-70 (1998)
- 4) 塩屋幸博、包装研究、4-2、25-35 (1984)
- 5) 紙パルプ協会、紙パルプの試験法、新日本印刷、p.309-310 (1995)
- 6) 近藤一夫、日本航空学会誌、8-71、1267-1283 (1936)
- 7) Th. von Karman and H. Tsien : Jour. Aero. Sci. 8-8, 303-412 (1941)
- 8) 倉西正嗣、応用弾性学、共立全書、265-267 (1966)
- 9) 渋谷 巖、日本航空学会誌、7-61、393-425 (1935)
- 10) 渋谷 巖、日本航空学会誌、8-71、267-278 (1936)
- 11) 川端洋一、日本包装学会誌、7(2)、63-70 (1998)
- 12) 門屋 卓(監)、ユーザーのための段ボール箱ハンドブック、ユニ出版、(1991)、p.102-106、(訳 : P.G.Wright、P. R. McKinlay、E. Y. N. Shaw : Corrugated Fiberboard)

- 13) 大滝英征、日本機械学会論文集、67-621、1322-1327 (1998)
- 14) 矢野 忠、松島成夫、松島理、紙パ技協誌、54-7、986-995 (2000)
- 15) 松島成夫、矢野 忠、松島 晟、紙パ技協誌、42-5、480-486 (1988)
- 16) 例えば、清家政一郎、材料力学、共立出版、46-50 (1967)
- 17) 例えば、黒木剛司郎、材料力学、森北出版、p.67-68 (1975)
- 18) 例えば、16)の p.145-148 (1975)
- 19) 例えば、16)の p.167-173 (1975)
- 20) 矢野 忠、松島成夫、松島 理、紙パ技協誌、46-5、668-678 (1992)
- 21) 松島 理、松島成夫、日本機械学会論文集、60(A576)、1814-1820 (1994)
- 22) 松島 理、松島成夫、日本機械学会論文集、60(A576)、1814-1820 (1994)
- 23) 矢野 忠、松島成夫、松島 理、紙パ技協誌、54-7、986-995 (2000)
- 24) 例えば、段ボール実用百科編集委員会、段ボール実用百科、一律書房、p.64-69 (1970)
- 25) 例えば、24)の p.126-127.
- 26) Alean R.Jones, Tappi, 51-5、203-209 (1968)
- 27) 松島 理、松島成夫、紙パ技協誌、54-2、260-269 (2000)

(原稿受付 2000 年 4 月 28 日)

(審査受理 2000 年 8 月 1 日)